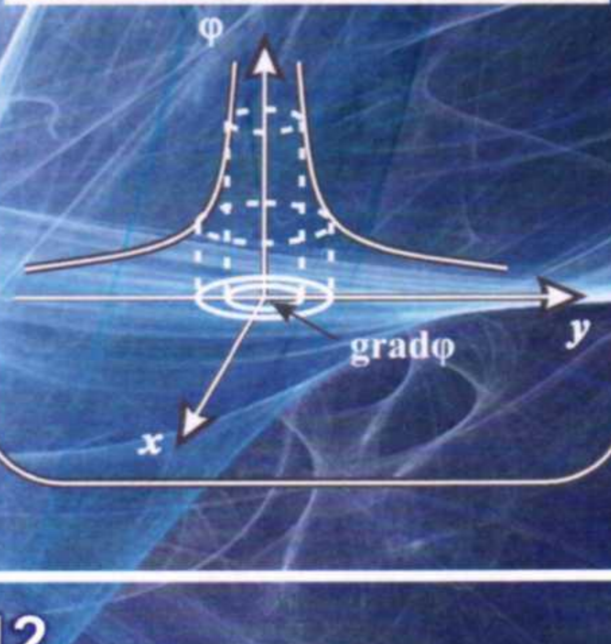
Подопригора Н.В.,
Трифонова О.М.,
Садовий М.І.

Математичні методи фізики

навчальний посібник



2012

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
КІРОВОГРАДСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ВИННИЧЕНКА

ПОДОПРИГОРА Н.В., ТРИФОНОВА О.М., САДОВИЙ М.І.

Математичні методи фізики

навчальний посібник
для студентів фізико-математичних факультетів
вищих педагогічних навчальних закладів

Рекомендовано Міністерством освіти і науки,
молоді та спорту України

Кіровоград – 2012

УДК 530.1
ББК 22.31

П 44

Подопригора Н.В., Трифонова О.М., Садовий М.І. Математичні методи фізики: навчальний посібник [для студ. вищ. навч. закл.]. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

Рецензенти: д.пед.н., проф. **Коновал О.А.**, завідувач кафедри фізики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету;
д.фіз.-мат.н., проф. **Кудін А.П.**, проректор з дистанційної освіти та інноваційних технологій навчання, професор кафедри експериментальної і теоретичної фізики та астрономії Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова;
д.пед.н., проф. **Сусь Б.А.**, професор кафедри загальної та теоретичної фізики Національного технічного університету України «КПІ».

Пропонований посібник для студентів вищих навчальних закладів складено у відповідності до програми курсу «Математичні методи фізики» згідно галузевого стандарту вищої освіти: Галузь знань 0402 Фізико-математичні науки. Напрям підготовки 6.040203 Фізика*. Спеціалізація: Інформатика. Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра. Навчальний матеріал охоплює всі розділи математичної теорії поля, а також основні типи диференціальних рівнянь у частинних похідних другого порядку, які найчастіше зустрічаються у фізичних теоріях. Теоретичний матеріал доповнено значною кількістю задач з математичної теорії поля, які систематизовані як практикум з розв’язку фізичних задач.

Курс розрахований на самостійну роботу студентів з лекцій та практичних занять для фізичних спеціальностей фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 1/11-3130 від 06.03.2012 р.)

ISBN 978-966-7406-71-4

Зміст

2.7.3. Основні диференціальні операції в криволінійних координатах

2.8. Диференціальні операції другого порядку

2.8.1. Оператор Гамільтона

2.8.2. Диференціальні операції другого порядку

2.8.3. Формули Гріна

2.9.* Оператори квантової фізики

2.9.1. Оператори і дії над ними. Лінійні оператори. Самоспряжені оператори

2.9.2. Комутуючі оператори. Умови можливості одночасного вимірювання різних квантово-механічних величин. Повний набір спостережуваних

2.9.3. Основні оператори квантової механіки в координатному зображенні

3. Математичні рівняння фізики

3.1. Класифікація лінійних рівнянь

3.1.1. Класифікація лінійних рівнянь у частинних похідних II порядку та їх зведення до канонічного вигляду

3.1.2. Канонічні форми лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

3.1.3.* Фізичні задачі, які приводять до рівнянь в частинних похідних. Приклади фізичних задач, що приводять до лінійних рівнянь

3.1.4.* Класифікація рівнянь другого порядку з багатьма незалежними змінними

3.1.5.* Поняття про нелінійні рівняння математичної фізики

3.1.6.* Поняття про інтегральні рівняння у фізиці

3.2. Рівняння гіперболічного типу

3.2.1. Рівняння гіперболічного типу. Найпростіші фізичні задачі, що приводять до рівнянь гіперболічного типу – коливання струни

3.2.2. Поперечні коливання струни. Хвильове рівняння

3.2.3. Коливання струни нескінченої довжини. Метод Д'аламбера. Окремий випадок задачі Коші

3.2.4. Коливання струни скінченої довжини. Метод Фур'є (метод відокремлення змінних). Загальний розв'язок хвильового рівняння

3.2.5. Стоячі хвилі

3.2.6. Плоскі і сферичні хвилі

3.3. Рівняння параболічного типу

3.3.1. Рівняння параболічного типу. Рівняння теплопровідності, його окремі випадки

3.3.2. Метод відокремлення змінних для рівнянь параболічного типу

3.3.3. Функція джерела

3.3.4. Рівняння теплопровідності для довгого тонкого стержня. Загальний розв'язок

3.4. Рівняння еліптичного типу

3.4.1. Рівняння еліптичного типу. Задачі, що приводять до рівняння Лапласа

3.4.2.* Рівняння Лапласа в криволінійній системі координат. Рівняння Лапласа в сферичних та циліндричних координатах

3.4.3.* Відтворювальна функція і поліноми Лежандра. Формула Родріга. Рекурентні співвідношення. Рівняння Лежандра. Розв'язування рівняння Лежандра

ПЕРЕДМОВА

Даний посібник з математичних методів фізики розроблений для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів, що навчаються за напрямом підготовки «Фізика» на освітньо-кваліфікаційному рівні бакалавр. Пропоноване видання призначено для допомоги студентам при вивченні одного із пропедевтичних курсів, що передує вивченню курсу теоретичної фізики – курсу «Математичні методи фізики», який як дисципліна, вивчається у циклі дисциплін професійної та практичної підготовки.

Добираючи матеріал для навчального посібника, автори враховували, що математичні методи фізики вивчаються після вивчення студентами математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії, основ векторного та тензорного аналізу, диференціальних та інтегральних рівняння та являє собою інтегративний курс п'яти вказаних дисциплін природничо-математичного циклу підготовки.

Курс математичних методів фізики покликаний сформувати у студентів цілісне уявлення про основні математичні моделі, аналізу характеру їх поведінки в тих або інших фізичних умовах, якісному обговоренню проблем і завдань при вивченні деяких теоретичних математичних методів дослідження фізичних явищ і процесів, з'ясуванню перспектив розвитку фізики як науки з огляду застосування методів математичного аналізу її математичних моделей.

У педагогічних університетах фізика вивчається у два етапи. Спершу викладається курс загальної фізики, яка на основі вивчення передусім часткових феноменологічних законів і закономірностей експериментальної фізики готує фундамент для іншого методу пізнання природи – теоретичного у курсі теоретичної фізики. Теоретична фізика не тільки узагальнює у фундаментальних законах і теоріях те, що вивчено в курсі загальної фізики, а й формулює нові постулати і принципи, створює нові теорії. На відміну від курсу загальної фізики, в якому основним методом дослідження є, передусім, експеримент, курс теоретичної фізики ґрунтується на іншому методі пізнання природи – теоретичному, що являє собою теоретичний аналіз математичних моделей, за допомогою яких виявляються їх властивості, особливості і зв'язки в тих або інших умовах. Математичні моделі – це знакові моделі, в яких об'єкти дослідження замінюються словами або символами.

Основне завдання математичної фізики полягає в аналітичному вивченні скалярних, векторних і тензорних полів фізичних величин. В математичній фізиці розглядаються дві проблеми. Одна з них займається вивченням диференціальних властивостей різноманітних полів, їй присвячений один з розділів курсу – математична теорія поля. Інша ж проблема полягає у відшуканні фізичної величини, якщо відомі умови, в яких перебуває фізичний об'єкт. Щоб невідомі функції було знайдено необхідно, виходячи із заданих фізичних закономірностей скласти функціональне рівняння і розв'язати його. Зазвичай ці функціональні рівняння являють собою диференціальні рівняння різних типів. Вивченням методів складання й розв'язанням рівнянь такого роду займається теорія диференціальних рівнянь у часткових похідних. Сукупність теорії поля і теорії диференціальних рівнянь у часткових похідних утворюють класичну математичну фізику, яка у повній мірі відображена у змістовній частині пропонованого посібника і допомагає розв'язати основне завдання вивчення дисципліни – розглянути ряд математичних понять і методів, що покладені в основу математичної теорії поля, та основні типи диференціальних рівнянь у часткових похідних фізичного змісту.

Автори посібника висловлюють свою вдячність рецензентам рукопису: д.ф.-м.н., проф. Кудіну А.П., д.пед.н., проф. Коновалу О.А. та д.пед.н., проф. Сусю Б.А. Їх слушні поради і пропозиції значно покращили якість пропонованого видання.

1. ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Математична фізика – загальна назва математичних методів дослідження і розв'язання диференціальних рівнянь фізики. Теорія математичних моделей фізичних явищ; займає особливе положення і у математиці, і у фізиці, перебуваючи на стику цих наук. Математична фізика тісно зв'язана з фізикою в тій частині, яка стосується побудови математичної моделі, і в той самий час математична фізика – розділ математики, оскільки методи дослідження моделей є математичними. У поняття методів математичної фізики включаються ті математичні методи, які застосовуються для побудови і вивчення математичних моделей, що описують великі класи фізичних явищ.

У *фізиці під моделлю розуміють* систему, що уявляється мислено або реалізується матеріально, яка відображаючи або відтворюючи об'єкт дослідження, здатна замінити його так, щоб її вивчення дало нову інформацію про цей об'єкт.

Якщо мова йде про *математичну модель* (*рос.* математическая модель; *англ.* mathematic model; *нім.* mathematisches model), то під нею розуміють систему математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. Математична модель має важливе значення для таких наук, як: економіка, екологія, соціологія, фізика, хімія, механіка, інформатика, біологія, та ін.

При одержанні математичних моделей використовують загальні закони природознавства, спеціальні закони конкретних наук, результати пасивних та активних експериментів, імітаційне моделювання за допомогою ЕОМ. Математичні моделі дозволяють передбачити хід процесу, розрахувати цільову функцію (вихідні параметри процесу), керувати процесом, проектувати системи з бажаними характеристиками.

Для створення математичних моделей використовують будь-які математичні засоби – мову диференційних або інтегральних рівнянь, теорії множин, абстрактної алгебри, математичну логіку, теорії ймовірностей, графи та інші. Процес створення математичної моделі називається математичним моделюванням. Це найзагальніший та найбільш використовуваний в науці, зокрема, в кібернетиці, метод досліджень.

Якщо відношення задаються аналітично, то їх можна розв'язати в замкнутому вигляді (явно) відносно шуканих змінних як функції від параметрів моделі, або в частково замкнутому вигляді (неявно), коли шукані змінні залежать від одного або багатьох параметрів моделі. До моделей цього класу належать диференційні, інтегральні, різницеві рівняння, ймовірнісні моделі, моделі математичного програмування та інші.

Якщо не можна здобути точний розв'язок математичної моделі, використовуються чисельні (обчислювальні) методи або інші види моделювання.

У залежності від того, якими є параметри системи та зовнішні збурення математичні моделі можуть бути детермінованими та стохастичними. Останні мають особливо важливе значення при дослідженні і проектуванні великих систем зі складними зв'язками і властивостями, які важко врахувати. Математичний опис неперервного процесу (наприклад, диференційними рівняннями) являє собою неперервну математичну модель.

Якщо ж математична модель описує стан системи тільки для дискретних значень незалежної змінної і нехтує характером процесів, які протікають у проміжках між ними, то така модель є дискретною (тут важливим є вибір кроку дискретності, від якого залежить точність опису реального об'єкта його математичної моделі). Якщо параметри об'єкта, для якого розробляють математичну модель, можна вважати незалежними від часу, то така система описується стаціонарною моделлю, характерна особливість якої – постійні коефіцієнти. У протилежному випадку математична модель є нестаціонарною.

При математичному моделюванні орієнтуються на моделі стандартного вигляду, які забезпечені відповідним математичним апаратом. Так фізичні процеси характеризуються просторово-часовими співвідношеннями і у загальному випадку описуються диференційними рівняннями у часткових похідних.

Важливим моментом структурування моделі є феноменологічний метод, коли субпроцеси можуть бути представлені окремими моделями, вихідні величини яких є вхідними для інших (наступних) субпроцесів. У цьому випадку математична модель складного процесу являє собою систему моделей (рівнянь), знайдених для кожного субпроцесу.

Для розробки математичних моделей широко використовується диференційне числення, теорія множин, матриці і графи, а також планування експерименту. Відповідно розрізняють теоретико-множинні, матричні, топологічні та поліномні математичні моделі. Приклади математичних моделей:

Модель Мальтуса – закон про пропорційну залежність між швидкістю росту і розміром популяції.

Система хижак-жертва (Вольтера-Лотки) – показує залежність між чисельністю хижаків та жертв.

Модель оптимальної поведінки покупця – виражає вибір покупця між множиною продуктів при обмеженому бюджеті.

Модель Всесвіту – фізична модель будови і розвитку Всесвіту, наука, що її вивчає має назву «космологія».

Методи математичної фізики як теорії математичних моделей фізики почали створюватись наприкінці XVII ст. і інтенсивно розроблятися в працях І.Ньютона зі створення основ класичної механіки, всесвітнього тяжіння, теорії світла. Подальший розвиток (XVIII – I пол. XIX ст.) методів математичної фізики і їх успішне застосування до вивчення математичних моделей величезного обсягу різних фізичних явищ зв’язані з іменами Ж.Лагранжа, Л.Ейлера, П.Лапласа, Ж.Фур’є, К.Гауса, Б.Рімана, М.В.Остроградського й ін. учених. Великий внесок до розвитку методів математичної фізики внесли О.М.Ляпунов і В.А.Стєклов. З II пол. XIX ст. методи математичної фізики успішно використовувалися для вивчення математичних моделей фізичних явищ, зв’язаних з різними фізичними полями і хвильовими функціями в електродинаміці, акустиці, теорії пружності, гідро- й аеродинаміці та інших напрямах дослідження фізичних явищ у суцільних середовищах. Математичні моделі цього класу явищ найчастіше описуються за допомогою диференційних рівнянь з частинними похідними, що одержали назву рівняння математичної фізики. Крім диференційних рівнянь математичної фізики, при описі математичних моделей фізики застосовуються інтегральні рівняння та інтегро-диференціальні рівняння, варіаційні та теоретико-імовірнісні методи, теорія потенціалу, методи теорії функцій комплексної змінної і низка інших розділів математики. У зв'язку з бурхливим розвитком обчислювальної математики особливе значення для дослідження, математичних моделей фізики здобувають прямі чисельні методи, що вони використовують комп'ютери, і в першу чергу скінченно-різницеві методи розв'язування крайових задач, що дозволило методами математичної фізики ефективно вирішувати нові задачі газової динаміки, теорії переносу, фізики плазми, у тому числі й зворотні задачі цих напрямків фізичних досліджень.

Фізика у своєму історичному розвитку постійно перетворювалась із науки емпіричної (описової) в науку більш точну – теоретичну. Для характеристики різноманітних явищ і процесів, які відбуваються у природі і техніці, фізики все частіше використовують математичні методи або, як прийнято говорити, відповідний математичний апарат.

З цією метою довелося, перш за все, ввести міру кожної фізичної властивості. До тих пір доки фізики мали справу з найпростішими властивостями тіл, в якості міри кожної з них можна було обмежитися ***скалярними величинами**, які за звичай показують, у скільки разів міра даної властивості розглядуваного тіла більша за деяку одиничну величину*. Так були введені скалярні величини такі як довжина, площа, об'єм, маса, час, температура, електричний заряд, енергія і т.п.

З часом з'ясувалося, що для кількісного опису швидкості руху, зміни швидкості, взаємодії тіл і т.п. скалярні величини не підходять. Для цих випадків виявились придатні більш складні математичні величини – *напрямлені відрізки*, або ***вектори***.

Наприкінці XIX ст. фізикам стало зрозуміло, що для характеристики деформації, інерції при обертовому русі, зусиль в деформованих твердих тілах і т.п. необхідні величини ще більш складної математичної природи – ***тензори***.

З іншого боку, розвиток кількісних методів показав, що одна і та ж фізична властивість у різних точках досліджуваного об'єкту може приймати різні значення, і тому для математичного опису необхідно знати сукупність значень відповідної фізичної величини у всіх точках досліджуваного об'єкту. Так у фізиці поступово склалося уявлення про

математичне поле *– область простору, кожній точці якого відповідає певне значення деякої фізичної величини* (поле температур, поле густин, поле швидкостей).

Поля бувають скалярні, векторні і тензорні. Кожне з них, в свою чергу, може бути стаціонарним (якщо фізична величина в кожній точці області з часом не змінюється) або нестаціонарним (якщо фізична величина виявляється залежною від часу). Зрозуміло, що стаціонарне поле, наприклад, у декартовій системі координат, є функцією трьох x, y, z точок простору, а нестаціонарне поле являє собою функцію чотирьох змінних: координат x, y, z і часу t.

Введення в фізиці поняття поля відіграло таку ж прогресивну роль, як у свій час виникнення в математиці поняття змінної величини.

Основне завдання математичної фізики *– це аналітичне вивчення скалярних, векторних і тензорних полів фізичних величин*.

Методи математичної фізики: в математичній фізиці розглядаються дві проблеми – пряма і зворотна.

Пряма проблема полягає у наступному. Якщо задано правило визначення деякої фізичної величини в будь-якій точці простору, тобто, якщо задано поле, потрібно встановити характер цього поля, тобто швидкість його зміни від точки до точки. Вивченням таких диференціальних властивостей різноманітних полів займається *математична теорія поля.*

Зворотна проблема полягає у знаходженні деякої фізичної величини, тобто конкретного вигляду математичного поля, якщо відомі умови, в яких перебуває фізичний об’єкт.

В загальному випадку будь-яке фізичне явище або процес являють собою зміни яких завгодно фізичних величин (скалярних, векторних, тензорних) в просторі і з часом. Тому математичне поле, взагалі кажучи, описується функціями чотирьох незалежних змінних x, y, z і t. І завдання полягає у відшуканні цих функцій.

Для відшукання невідомих функцій необхідно, виходячи із заданих фізичних закономірностей скласти функціональне рівняння, розв’язуючи яке можна знайти невідомі функції. Зазвичай ці функціональні рівняння являють собою своєрідні диференціальні рівняння, в яких шукана функція залежить від декількох змінних.

Вивченням методів складання і, головне, розв'язанням рівнянь такого роду займається друга частина математичної фізики – *теорія диференціальних рівнянь у часткових похідних*.

Сукупність теорії поля і теорії диференціальних рівнянь у часткових похідних утворює так звану *класичну математичну фізику*.

Однак, за останні роки у зв'язку з успіхами теорії відносності і відкриттям якісно нових, квантових властивостей у мікрочастинок завдання математичної фізики значно розширилися: з'явилась необхідність у вивченні полів комплексних величин у комплексному просторі, у використанні для їх дослідження не лише математичного аналізу, а й лінійної алгебри.

Теоретичні дослідження в області квантової фізики і теорії відносності, широке застосування комп'ютерів у різних областях математичної фізики, включаючи і зворотні (некоректно поставлені) задачі, викликали значне розширення використовуваного математичною фізикою арсеналу математичних методів. Поряд із традиційними розділами математики стали широко застосовуватися теорія операторів, теорія узагальнених функцій, теорія функцій багатьох комплексних змінних, топологічні і алгебраїчні методи. Це інтенсивна взаємодія теоретичної фізики, математики і використання комп'ютерів у наукових дослідженнях призвело до значного розширення тематики, створення нових класів моделей і піднесло на новий рівень сучасну математичну фізику.

Постановка задач математичної фізики полягає в побудові математичних моделей, що описують основні закономірності досліджуваного класу фізичних явищ. Така постановка полягає у виводі рівнянь (диференціальних, інтеґральних, інтеґро-диференціальних або алгебраїчних), яким задовольняють величини, що характеризують фізичний процес. При цьому виходять з основних фізичних законів, що враховують тільки найбільш істотні риси явища, відволікаючись від низки його другорядних характеристик. Такими законами є звичайно закони збереження, наприклад, імпульсу, енергії, числа частинок. Це призводить до того, що для опису процесів різної фізичної природи, які проте мають загальні характерні риси, виявляється можна застосувати ті самі математичні моделі. Наприклад, математичні задачі для найпростішого рівняння гіперболічного типу, отриманого Ж.Д'Аламбером (1747 р.) для опису вільних коливань однорідної струни, виявляються придатними і для опису широкого кола хвильових процесів акустики, гідродинаміки, електродинаміки та ін. областей фізики. Аналогічно, рівняння, крайові задачі для якого спочатку вивчалися П.Лапласом (кін. XVIII ст.) у зв'язку з побудовою теорії тяжіння, надалі знайшло застосування при розв'язуванні багатьох проблем електростатики, теорії пружності, задач сталого руху ідеальної рідини тощо. Кожній математичній моделі фізики відповідає цілий клас фізичних процесів.

Для математичної фізики характерно також те, що багато загальних методів, які можна використати для розв'язування задач математичної фізики, розвилися з частинних способів розв'язування конкретних фізичних задач і у своєму первісному вигляді не мали строгого математичного обґрунтування і достатньої довершеності. Це відноситься до таких відомих методів розв'язування задач математичної фізики, як методи Рітца й Гальоркіна, до методів теорії збурень, перетворень Фур'є і багатьох інших, включаючи метод відокремлення змінних. Ефективне застосування всіх цих методів для розв'язування конкретних задач стало одним зі стимулів для їх строгого математичного обґрунтування й узагальнення, що призводить у деяких випадках до виникнення нових математичних напрямів.

Вплив математичної фізики на різні розділи математики виявляється й у тому, що розвиток математичної фізики, що відбиває вимоги природничих наук і запити практики, спричиняє переорієнтацію спрямованості досліджень у деяких вже сформованих розділах математики. Постановка задач математичної фізики, зв'язана з розробкою математичних моделей реальних фізичних явищ, призвела до зміни основної проблематики теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних. Виникла теорія крайових задач, що дозволила згодом зв'язати диференціальне рівняння у частинних похідних, з інтегральними рівняннями і варіаційними методами.

Вивчення математичних моделей фізики математичними методами не тільки дозволяє дослідити кількісні характеристики фізичних явищ і розрахувати із заданим ступенем точності хід реальних процесів, а й надає можливість глибокого проникнення до самої суті фізичних явищ, виявлення схованих закономірностей, передбачення нових ефектів. Прагнення до більш детального вивчення фізичних явищ призводить до все більшого ускладнення математичних моделей, які описують ці явища, що, своєю чергою, унеможливлює застосування аналітичних методів дослідження цих моделей. Це пояснюється, зокрема, тим, що математичні моделі реальних фізичних процесів є, як правило, нелінійними, тобто описуються нелінійними рівняннями математичної фізики. Для детального дослідження таких моделей успішно застосовуються прямі чисельні методи з використанням комп'ютерів. Для типових задач математичної фізики використання чисельних методів зводиться до заміни рівнянь математичної фізики для функцій неперервного аргументу алгебраїчними рівняннями для сіткових функцій, заданих на дискретній множині точок (на сітці). Іншими словами, замість неперервної моделі середовища вводиться її дискретний аналог. Застосування чисельних методів у ряді випадків дозволяє замінити складний, трудомісткий і вартісний фізичний експеримент значно економічним математичним (чисельним) експериментом. Досить повно проведений математичний експеримент є основою для вибору оптимальних умов реального фізичного експерименту, вибору параметрів складних фізичних приборів, визначення умов виявлення нових фізичних ефектів тощо. У такий спосіб чисельні методи надзвичайно розширюють область ефективного використання математичних моделей фізичних явищ. Математична модель фізичного явища, як усяка модель, не може передати всіх рис явища. Встановити адекватність прийнятої моделі досліджуваному явищу можна тільки за допомогою критерію практики, зіставляючи результати теоретичних досліджень прийнятої моделі з даними експериментів.

У багатьох випадках про адекватність прийнятої моделі можна судити на підставі розв'язування обернених задач математичної фізики, коли про властивості досліджуваних явищ природи, недоступних для безпосереднього спостереження, робляться висновки за результатами їх непрямих фізичних проявів. Для математичної фізики характерно прагнення будувати такі математичні моделі, які не лише дають опис і пояснення вже встановлених фізичних закономірностей досліджуваного кола явищ, а й дозволяють передбачити ще не встановлені закономірності. Класичним прикладом такої моделі є теорія всесвітнього тяжіння Ньютона, що дозволила не лише пояснити рух відомих до моменту її створення тіл Сонячної системи, але і передбачити існування нових планет. З іншого боку, нові експериментальні дані не завжди можуть бути пояснені в рамках прийнятої моделі. Для їхнього пояснення потрібне ускладнення моделі.

Наш курс являє собою матеріал для вивчення класичної математичної фізики і побудований таким чином, що відповідно має дві частини: перша присвячена математичній теорії поля, а друга – деяким рівнянням математичної фізики.

ПОДОПРИГОРА НАТАЛІЯ ВОЛОДИМИРІВНА
ТРИФОНОВА ОЛЕНА МИХАЙЛІВНА
САДОВИЙ МИКОЛА ІЛЛІЧ

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФІЗИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ

**СВІДОЦТВО ПРО ВНЕСЕННЯ СУБ'ЄКТА ВИДАВНИЧОЇ СПРАВИ ДО ДЕРЖАВНОГО
РЕЄСТРУ ВИДАВЦІВ, ВИГОТІВНИКІВ І РОЗПОВСЮДЖУВАЧІВ ВИДАВНИЧОЇ ПРОДУКЦІЇ
Серія ДК № 1537 від 22.10.2003 р.**

Підп. до друку 06.03.2012 р. Формат $60{\times}90/_{16}$. Папір офсет.
Друк різограф. Ум. др. арк. 17,34. Тираж 300. Зам. № 6742.

РЕДАКЦІЙНО–ВИДАВНИЧИЙ ВІДДІЛ
Кіровоградського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка
25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1.
Тел.: (0522) 24–59–84.
Fax.: (0522) 24–85–44.
E–Mail: *mails@kspu.kr.ua*